بررسی آزمایشگاهی و عددی اثر جایگزینی خاموت‌های دست‌ساز ساخته شده از الیاف FRP به‌جای خاموت‌های فلزی در تیرهای بتن مسلح★

محمد کاظم شربتدار [۱]   احمد دالوند [۲]   ابوذر حمزه نژادی [۳]

چکیده در بسیاری از سازه‌های امروزی به‌خصوص در سازه‌هایی که در سواحل دریا ساخته می‌شوند بحث خوردگی آرماتورها و کاهش ظرفیت سازه برای تحمل بارهای ثقلی و جانبی یک موضوع جدی می‌باشد. استفاده از الیاف پلیمری FRP تا حدودی می‌تواند این مشکل را مرتفع سازد. در مقاله‌ی حاضر یک تحقیق آزمایشگاهی و عددی بر روی اثر جایگزینی خاموت‌های ساخته شده از الیاف FRP به‌جای خاموت‌های فلزی تحت بارگذاری استاتیکی صورت گرفته است. به‌همین منظور سه نمونه تیر بتنی ساخته و تحت بارگذاری تک‌نقطه‌ای در وسط دهانه آزمایش گردید. از سه نمونه تیر یک تیر به‌عنوان مرجع دارای خاموت فلزی و دو تیر دیگر دارای خاموت ساخته شده از الیاف FRP در محل کارگاه بودند. آرماتورهای طولی همه‌ی نمونه‌ها فلزی بودند. ضمناً دو تیر آزمایشگاهی دارای خاموت فلزی و FRP به‌وسیله‌ی نرم‌افزار المان محدود ANSYS مدل‌سازی گردید و پس از اعتبارسنجی، دو گروه تیر بتنی دیگر نیز مدل‌سازی و تحلیل شد. نتایج حاصل نشان دادند که خاموت‌های FRP دارای عملکرد ظرفیت برشی مناسبی در مقایسه با خاموت‌های فلزی بودند و در مواردی کرنش نهایی خاموت‌های ساخته شده از FRP تا ۰/۸ درصد نیز رسید که دو برابر مقادیر پیشنهادی آیین‌نامه‌ها برای طراحی این‌گونه سازه‌های بتنی با الیاف کامپوزیت می‌باشد.

واژه‌های کلیدی خوردگی، تیر بتن مسلح، خاموت FRP، المان محدود، عملکرد برشی.

Experimental and Numerical Investigation of Replacing Steel Stirrups with FRP Rebars Concrete in Beams

M.K.Sharbatdar   A.Dalvand   A.Hamzenezhadi

Abstract *Today, corrosion in reinforcements is an important issue in many structures, especially those made in off-shore, resulting of reduction of the structural capacity under gravitational and lateral loads. Using FRP polymer can reduce this effect to some extents. A numerical and experimental investigation has been conducted on three different concrete beams to find out the effect of replacing steel stirrups with FRP ones under static loading. So, three beams were tested under concentrated loading on the middle of the span. One of the three beams, as the reference had steel stirrups, while the other two contained in-place FRP made stirrups. Longitudinal steel reinforcements were used in all three specimens. Also, two different beams with steel and FRP stirrups were analyzed by finite element method in ANSYS. After calibration, two other groups of concrete beams were modeled and analyzed. The results demonstrated that FRP stirrups had the better shear capacity performance compared to steel stirrups and the final strain in FRP stirrups reached %0.8 which is two times of the value suggested by design code provisions.*

key Words Structural Capacity, FRP Polymer, Experimental Investigation, Steel Stirrups, FRP Made Stirrups, Concrete Beams, Shear Capacity

---

★ تاریخ دریافت مقاله ۹۰/۱۱/۹ و تاریخ پذیرش آن ۹۱/۱۲/۲۷ می‌باشد.

(۱) نویسنده‌ی مسؤول، دانشیار، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه سمنان.

(۲) دانشجوی دکترا، مهندسی سازه، دانشگاه سمنان.

(۳) کارشناس ارشد، مهندسی سازه، دانشگاه سمنان.

مقدمه

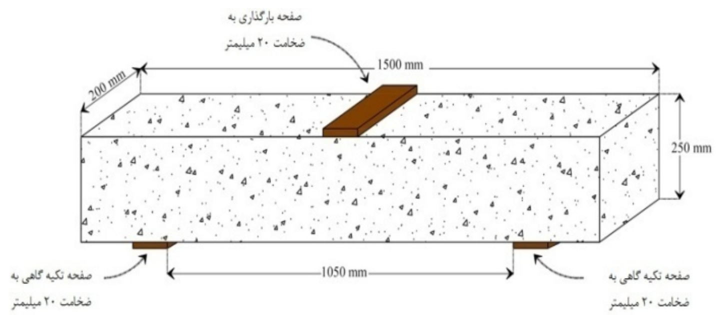
یک سازهٔ بتن‌آرمه‌ی معمولی که به میلگردهای فولادی مسلح است، چنان‌چه در زمان طولانی در مجاورت عوامل خورنده نظیر نمک‌ها، اسیدها و کلرورها قرار گیرد، به‌دلیل خوردگی آرماتورها و خاموت‌های فلزی قسمتی از مقاومت خود را از دست خواهد داد. امروزه در مناطق دارای خاک خورنده به‌منظور کاهش اثرات مضر مواد خورنده بر سازه‌های بتنی از روش‌هایی نظیر کاهش نفوذپذیری بتن و عایق‌کاری سطح بتن استفاده می‌شود. روش‌های ذکر شده به‌تنهایی قادر به تأمین سلامت و دوام بتن نمی‌باشند. یک روش مناسب برای جلوگیری از کاهش مقاومت سازه استفاده از میلگردهای FRP می‌باشد. استفاده از میلگردهای ساخته شده از الیاف FRP در اشکال میلگرد طولی و خاموت به‌منظور استفاده در پل‌ها و ساختمان‌ها رو به افزایش می‌باشد [5-1]. هم‌چنین چندین آیین‌نامه‌ی طراحی به‌همین منظور ارائه گردیده است[9-6]. عامل مؤثر در انجام این تحقیقات عملکرد خوب الیاف FRP در محیط‌های خورنده می‌باشد [6, 9]. استفاده از آرماتورهای طولی از جنس FRP به‌دلیل قیمت بالا در پروژه‌های کوچک چندان مقرون به صرفه نمی‌باشد. از طرفی میلگردهای طولی نسبت به خاموت‌ها از قطر بالاتری برخوردار می‌باشند و در ضمن از محیط خورنده نیز فاصله‌ی بیشتری دارند. اثرات خوردگی بر آرماتورهای طولی به‌دلایل فوق به‌مراتب کم‌تر از خاموت‌ها می‌باشد. امروزه گرچه خاموت‌های پیش‌ساخته در بعضی کشورهای اروپایی تولید می‌شود ولی به‌دلیل عدم تولید در داخل کشور و هم‌چنین پیچیدگی فرآیند تولید آن‌ها، دارای قیمت بالایی در ایران می‌باشند. استفاده از خاموت‌های ارائه شده در این مقاله علاوه بر ارزان‌تر بودن نسبت به انواع کارخانه‌ای دارای راحتی نصب و اجرا و انطباق با هر نوع چینش آرماتورهای طولی اعم از مثلثی و مستطیلی و دایره‌ای می‌باشند. فریرا و همکاران [9] در سال ۲۰۰۱ مدل ارائه شده برای تئوری تغییر شکل برشی تیرها را با استفاده از نتایج آزمایشگاهی بر روی تیرهای بتنی دارای آرماتورهای FRP اعتبارسنجی نمودند. چینگ و همکاران [10] در سال ۲۰۰٦ تحقیقاتی را بر روی ستون‌های مسلح به میلگردهای ساخته شده از الیاف FRP انجام دادند. مطابق مطالعات آن‌ها مشخص گردید که روابط آیین‌نامه‌ای برای پیش‌بینی ظرفیت این نوع ستون‌ها مناسب نمی‌باشند و برای این ستون‌ها رابطه‌ای ارائه دادند. رفی و همکاران [11] در سال ۲۰۰۸ رفتار تیرهای بتنی مسلح به میلگرد FRP را در خمش با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی و عددی بررسی نمودند. بارسیا و همکاران [12] در سال ۲۰۱۰ تحقیقاتی در زمینه‌ی تأثیر استفاده از میلگردهای ساخته شده از الیاف GFRP در رفتار خمشی تیرهای بتنی انجام دادند. در این تحقیق مقایسه‌ای بین نتایج حاصل از آزمایشگاه و نتایج تئوری موجود صورت گرفته است. مطابق نتایج، مدل‌های تئوری موجود به‌خوبی رفتار این تیرهای دارای میلگردهای GFRP را پیش‌بینی می‌کنند. یکی از مشکلات استفاده از آرماتور طولی فلزی به‌همراه خاموت‌های شبکه‌ای قیمت بالا و در دسترس نبودن شبکه‌های FRP و هم‌چنین عدم صرفه‌ی اقتصادی در پروژه‌های کوچک می‌باشد. استفاده از خاموت‌های ارائه شده در این مقاله علاوه بر ارزان‌تر بودن نسبت به انواع کارخانه‌های دارای راحتی نصب و اجرا و انطباق با هر نوع چینش آرماتورهای طولی اعم از مثلثی و مستطیلی و دایره‌ای می‌باشد. در این مقاله سه تیر بتنی با استفاده از خاموت‌های FRP و آرماتور طولی فلزی ساخته و تست گردید. یک نمونه به‌عنوان مرجع دارای خاموت فلزی و دو نمونه‌ی دیگر یکی دارای خاموت FRP قائم و دیگری مورب می‌باشد. در ادامه نمودارهای بار– تغییر مکان و هم‌چنین منحنی ممان– انحنا و بار–کرنش خاموت‌های

FRP و فلزی رسم گردید. در ادامه مدل المان محدود به‌وسیله‌ی مدل آزمایشگاهی اعتبارسنجی گردید. هم‌چنین چندین مدل المان محدود دارای خاموت‌های FRP توسط نرم‌افزار Ansys ساخته شد.

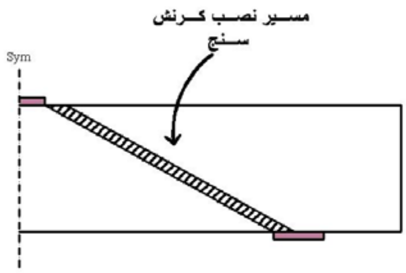
برنامه‌ی آزمایشگاهی

خصوصیات نمونه‌های آزمایش شده

به‌منظور بررسی رفتار خاموت‌ها سه نمونه تیر ساخته شد. تیرها دارای ارتفاع ۲۵۰mm و عرض ۲۰۰mm و طول دهانه‌ی خالص ۱۰۵۰mm بودند که به‌منظور تأمین طول گیرایی آرماتورهای خمشی از هر طرف به‌میزان ۲۲۵mm امتداد داده شدند. ابعاد و شرایط تکیه‌گاهی تیرها و هم‌چنین مسیر نصب کرنش سنج‌ها در شکل (۱) نشان داده شده است. از سه تیر ساخته شده یک تیر دارای خاموت فلزی و به‌عنوان نمونه‌ی مرجع (BSV) در شکل (۲– الف) و تیر دوم دارای خاموت قائم FRP (BFV) در شکل (۲– ب) و نمونه‌ی سوم دارای خاموت مورب FRP (BFI) در شکل (۲– ج) می‌باشد. نمونه (BFV) به‌صورتی می‌باشد که نیمی از آن دارای خاموت FRP قائم و نیمه‌ی دیگر آن به‌منظور عدم رخ دادن شکست در آن، به‌وسیله‌ی خاموت‌گذاری فشرده‌ی فلزی تقویت گردید. در کلیه‌ی نمونه‌ها از $3\phi18$ به‌عنوان آرماتور طولی کششی به مساحت ۷۶۳mm^2 و از $2\phi10$ به مساحت ۱۵۷mm^2 میلی‌متر مربع به‌عنوان آرماتور طولی فشاری استفاده گردید. در نمونه‌ی مرجع (BSV) از خاموت‌های $\phi6$ با مساحت ۲۸/۲۷mm^2 با فاصله ۱۵۰mm استفاده شد. نمونه‌ی (BFV) در نیمه‌ی تقویت شده دارای خاموت $\phi6$ با فاصله‌ی ۵۰mm و در نیمه‌ی دوم دارای خاموت FRP با سطح مقطع ٦mm^2 مربع با فاصله‌ی ۱۱۵mm می‌باشد. نمونه‌ی (BFI) دارای خاموت‌های مورب FRP با زاویه‌ی ۷۰ درجه نسبت به افق با فاصله‌ی ۸۵mm در سرتاسر طول تیر می‌باشد. بتن به‌کار رفته در کلیه‌ی نمونه‌ها و هم‌چنین آرماتورگذاری طولی آن‌ها کاملاً یکسان می‌باشد. در جدول (۱) مشخصات خاموت‌گذاری و تعداد آرماتورهای طولی نمونه تیرها نشان داده شده است.

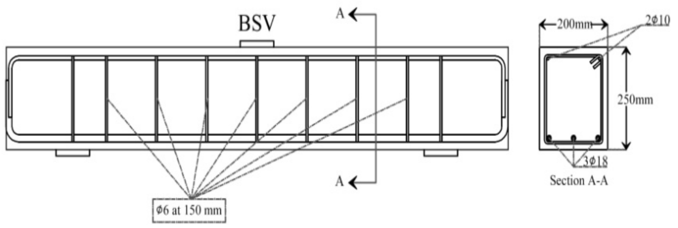


الف) ابعاد و شرایط تکیه‌گاهی

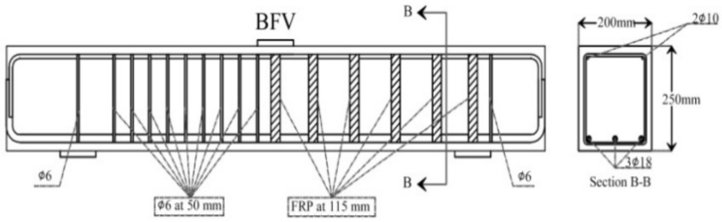


ب) مسیر نصب کرنش سنج‌ها

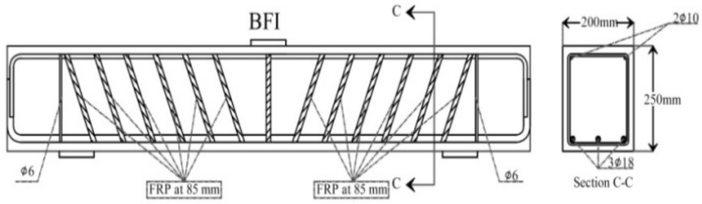
شکل ۱ ابعاد و شرایط تکیه گاهی تیرها و مسیر نصب کرنش سنج‌ها



الف) تیر مرجع (BSV)



ب) تیر دارای خاموت قائم FRP (BFV)



ج- تیر دارای خاموت مورب FRP (BFI)

شکل ۲ آرماتوربندی و خاموت‌گذاری نمونه‌های آزمایشگاهی

جدول ۱ فواصل خاموت‌ها و آرماتورگذاری طولی نمونه‌های آزمایشگاهی

نمونه	میلگردهای کششی و فشاری طولی	سطح مقطع خاموت‌ها (mm^2)	فاصله‌ی خاموت‌ها (mm)	زاویه‌ی خاموت نسبت به محور طولی تیر (deg)
BSV	3ϕ18 & 2ϕ10	۲۸/۳ – فلزی	۱۵۰	۹۰
BFV	3ϕ18 & 2ϕ10	FRP– ٦	۱۱۵	۹۰
BFI	3ϕ18 & 2ϕ10	FRP –۳	۸۵	۷۰

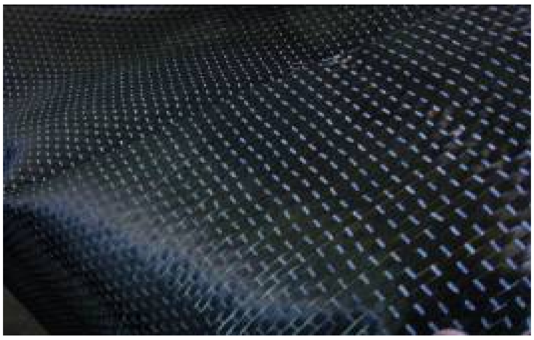
خصوصیات مصالح

مقاومت ۷ روزه‌ی استوانه‌ای استاندارد بتن تیرها برابر ۳۳ MPa و مقاومت ۲۸ روزه آن ۳۸ MPa محاسبه گردید. برای بتن‌ریزی تیرها از سیمان پرتلند تیپ II استفاده شد. در نمونه‌های آزمایشگاهی از سنگدانه‌هایی با حداکثر بعد ۱۰mm استفاده گردید. در جدول (۲) مقاومت تسلیم و مقاومت نهایی میلگردهای مصرفی برای نمونه‌های آزمایشگاهی نشان داده شده است. آرماتورهای طولی کششی دارای مقاومت تسلیم ٤۸۰MPa و مقاومت نهایی ۵۱۰MPa و آرماتورهای طولی فشاری دارای مقاومت تسلیم ۳۳۰MPa و مقاومت نهایی ۳٦۰MPa می‌باشند. خاموت‌های فلزی

استفاده شده در نمونه‌ی (BSV) دارای مقاومت تسلیم ۲٦۰MPa و مقاومت نهایی ۲۹۰MPa بودند. الیاف FRP به‌کاررفته برای ساخت خاموت‌ها از نوع الیاف CFRP و به‌صورت صفحه بافته شده بودند. خاموت ساخته شده از الیاف FRP به‌منظور استفاده در نمونه‌های (BFV) و (BFI) به‌صورت درجا در محل ساخته شدند. نمونه‌ای از این الیاف در شکل (۳) نشان داده شده است. مشخصات مکانیکی الیاف توسط شرکت سازنده در جدول(۳) ارائه شده است. این الیاف به‌صورت صفحه بودند که بعد از محاسبه‌ی سطح مقطع مورد نیاز با توجه به ضخامت ۰/۱۱mm این الیاف از قطعه‌ی اصلی بریده شدند. با استفاده از رزین، نوارهای بریده شده از قطعه‌ی اصلی آغشته شد. نوارهای بریده شده که به رزین آغشته شده بودند در محل‌های مشخص شده بر روی آرماتور طولی نصب گردیدند. نوارهای بریده شده از صفحه‌ی اصلی، به‌گونه‌ای بریده شدند تا هر نوار یک دور کامل با لایه‌ی زیرین خود هم‌پوشانی داشته باشد.

جدول ۲ مقاومت تسلیم و نهایی میلگردهای فلزی استفاده شده

قطر میلگرد (mm)	استفاده به‌عنوان	مقاومت تسلیم (MPa)	مقاومت نهایی (MPa)
۱۸	آرماتور طولی کششی	٤۸۰	۵۱۰
۱۰	آرماتور طولی فشاری	۳۳۰	۳٦۰
٦	خاموت	۲٦۰	۲۹۰



الف) صفحات الیاف FRP



ب) الیاف FRP بریده شده برای خاموت تیرها

شکل ۳ نمونه الیاف کربنی برای ساخت خاموت تیرها

جدول ۳ خصوصیات صفحات الیاف کربنی CFRP به‌کار برده شده

ضخامت هر لایه از الیاف (mm)	کرنش نهایی (%)	مدول ارتجاعی (GPa)	مقاومت کششی (MPa)	نوع الیاف	نام محصول
۰/۱۱	۱/۵	۲۳۵	۳۵۵۰	کربن مقاومت بالا	YC-N200

طراحی خاموت‌ها

در طراحی تیرها فرض شده است که حداکثر ظرفیت برشی تیرهای دارای خاموت FRP (تیرهای BFV و BFI) با حداکثر ظرفیت برشی نمونه‌ی مرجع (تیر BSV) که دارای خاموت فلزی است برابر باشد. آرماتورهای خمشی تیرها به‌گونه‌ای طراحی گردیده است که انهدام خمشی در تیر رخ ندهد. به‌منظور طراحی تیر از آیین‌نامه‌ی ACI استفاده گردید به‌طوری‌که ظرفیت برشی یک مقطع بتنی که دارای بتن معمولی می‌باشد برابر حاصل جمع مقاومت برشی بتن و خاموت فولادی می‌باشد. مقاومت برشی بتن برای بتن معمولی مطابق با آیین نامه‌ی ACI از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌گردد.

$$V_c = 2\sqrt{f_c'}\ b_w d \qquad (۱)$$

در رابطه‌ی فوق b_w و d به‌ترتیب عرض و ارتفاع مؤثر مقطع بر حسب mm و f_c' مقاومت فشاری بتن بر حسب MPa می‌باشد. به‌دلیل بتن یکسان، همه‌ی تیرها دارای V_c یکسانی می‌باشند. به‌منظور طراحی خاموت‌های FRP و تعیین فواصل بین آن‌ها مطابق روابط ارائه شده در آیین‌نامه‌ی ACI-440-1R [2] و روابط آیین‌نامه‌ی ACI-318-05 [3] برش تحمل شده توسط خاموت‌های تیر (BSV) با برش تحمل شده به‌وسیله خاموت‌های FRP در تیرهای (BFV) و (BFI) برابر می‌باشد. به‌همین علت مطابق زیر باید:

$$V_s = \frac{A_{sv} f_{ys} d_s}{S_s}(\sin\alpha_s + \cos\alpha_s) \qquad (۲)$$

$$V_f = \frac{A_{vf}(\varepsilon_f)\ d_f}{S_f}(\sin\alpha_f + \cos\alpha_f) \qquad (۳)$$

در رابطه فوق V_s نیروی برشی تحمل شده به‌وسیله‌ی خاموت‌های فلزی و V_f نیروی برشی تحمل شده به‌وسیله‌ی خاموت‌های FRP و هم‌چنین ε_f کرنش مجاز آیین‌نامه‌ای خاموت‌های FRP مطابق رابطه‌ی (٤) می‌باشد. با جای‌گذاری مقادیر از آیین‌نامه در رابطه‌ی (٥)، رابطه‌ی (٦) حاصل می‌شود که سطح مقطع خاموت‌های FRP معادل را نشان می‌دهد.

$$\varepsilon_f = 0.004E_f \qquad (٤)$$

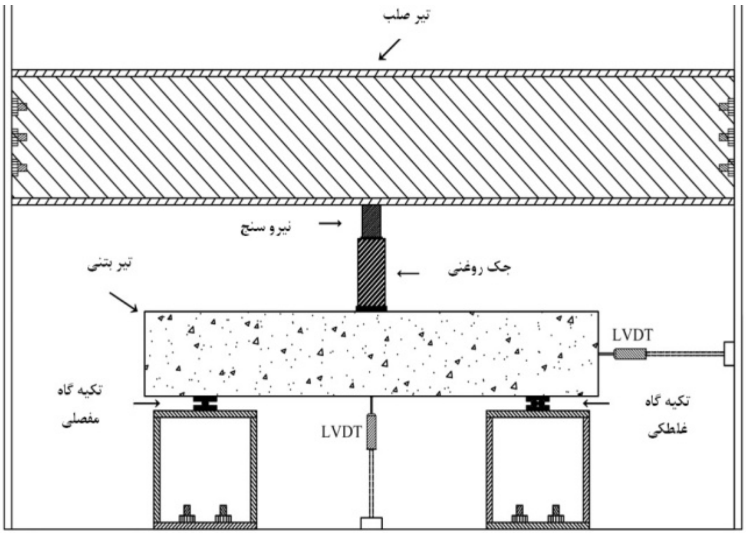
$$\frac{A_{sv} f_{ys} d_s}{S_s}(\sin\alpha_s + \cos\alpha_s) = \frac{A_{vf}(0.004E_f)\ d_f}{S_f}(\sin\alpha_f + \cos\alpha_f) \qquad (٥)$$

$$A_{vf} = \left[250 \times \frac{A_{vs} f_{ys}}{S_s E_f} \times \frac{d_s}{d_f} \times \left(\frac{\sin\alpha_s + \cos\alpha_s}{\sin\alpha_f + \cos\alpha_f}\right)\right] \times S_f \qquad (٦)$$

در روابط فوق A_{sv} و A_{fv} به‌ترتیب مجموع مساحت ساق‌های خاموت فلزی و خاموت FRP بر حسب mm^2، f_{ys} مقاومت تسلیم خاموت‌های فلزی بر حسب MPa، E_f مدول الاستیسیته الیاف FRP بر حسب GPa، S_s و S_f به‌ترتیب فواصل خاموت‌های فلزی و خاموت‌های FRP از یکدیگر بر حسب mm ، d_s و d_f به‌ترتیب عمق مؤثر مقطع دارای خاموت فلزی و خاموت FRP بر حسب mm ، α_s و α_f به‌ترتیب زاویه‌ی خاموت‌های فلزی و خاموت‌های FRP نسبت به محور افقی تیر می‌باشد. مساحت خاموت‌های فلزی و FRP به‌کار رفته در نمونه‌های تیر و هم‌چنین فواصل آن‌ها در جدول (٤) قابل ملاحظه می‌باشد.

جدول ٤ فواصل و سطح مقطع خاموت‌ها

نمونه BFI			نمونه BFV			نمونه BSV		
$\frac{A_{fv}}{S_v}$	S_f	α_f	$\frac{A_{fv}}{S_v}$	S_f	α_f	$\frac{A_{fv}}{S_v}$ (mm)	S_s (mm)	α_s (deg)
۰/۰۷۰٦	۸۵	٦۰	۰/۱۰٤	۱۱۵	۹۰	۰/۳۷۷	۱۵۰	۹۰



شکل ٤ نمای سیستم آزمایشگاهی نمونه تیرها

سیستم آزمایش

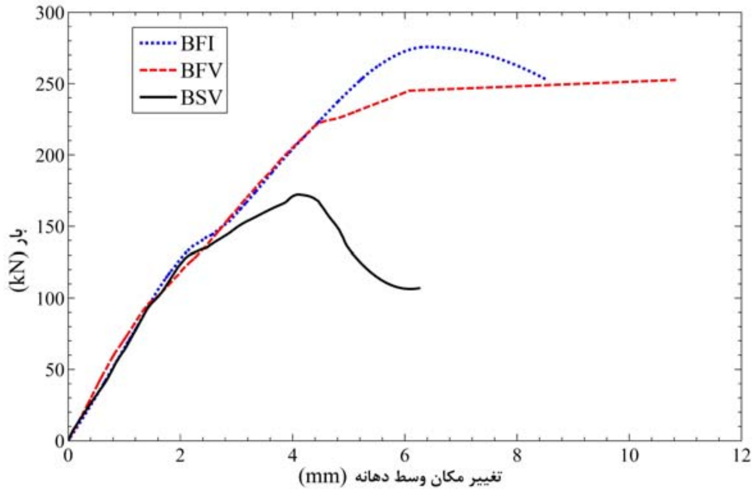
بعد از آماده کردن مقدماتی نمونه‌ها، کرنش سنج‌هایی در وسط آرماتورهای طولی بالا و پایین و هم‌چنین خاموت‌هایی که بین خط و اصل مرکز تکیه‌گاه و مرکز بارگذاری بودند نصب گردیدند به‌گونه‌ای که در مسیر ترک باشند و سپس نمونه‌ها درون قالب قرار داده شدند. ضمناً دو عدد کرنش‌سنج در طرفین تیر و در زیر صفحه‌ی بارگذاری استفاده شد تا کرنش فشاری بتن ثبت گردد. تیرها با شرایط تکیه‌گاهی دو سر ساده تحت بارگذاری تک‌نقطه‌ای در وسط دهانه قرار داده شدند. به‌منظور اعمال بارگذاری از یک جک ۵۰۰kN و یک نیروسنج به ظرفیت ۱۰۰۰kN استفاده گردید. به‌منظور جلوگیری از خرد شدن بتن زیر جک یک صفحه‌ی فولادی با عرض ۱۰۰mm و ضخامت ۲۰mm در زیر جک قرار داده شد. از یک عدد LVDT به‌منظور اندازه گیری تغییر مکان وسط دهانه‌ی تیر و یک LVDT دیگر برای تعیین جابه‌جایی افقی تیر استفاده گردید. در شکل (٤) نمای کلی سیستم آزمایش نشان داده شده است.

بررسی مشاهدات و نتایج اولیه‌ی آزمایش‌ها

نمودار بار – تغییرمکان تیرها در شکل (۵) نشان داده شده است. اولین ترک در تیر (BSV) با رسیدن به بار ٤۵kN ایجاد شد و مقدار خیز تیر در این بار ۰/٦۵mm بود. این وضعیت در شکل (٦-الف) نشان داده شده است. با ادامه‌ی بارگذاری نمونه تا ۷۰kN ترک‌های بعدی نیز در زیر بار متمرکز به‌صورت خمش ایجاد گردید. با رسیدن بار وارد تا حدود ۱۱۰kN اولین ترک برشی در تیر ایجاد شد و هم‌چنین بر تعداد ترک‌های خمشی در زیر بار متمرکز نیز اضافه شد که در شکل

(۶-ب) نشان داده شده است. رفتار تیر تا رسیدن به بار ۱۳۰kN تقریباً خطی بود. بار ماکزیمم این تیر ۱۷۲kN بود و مقدار خیز تیر در این تغییر مکان ۴/۱۳mm بود.

هم‌چنین تغییر مکان نهایی تیر با در نظر گرفتن کاهش ۱۵ تا ۲۰ درصدی در مقدار بار نهایی، ۶/۲۵mm بود.



شکل ۵ نمودار بار- تغییر مکان تیرها



الف) اولین ترک در محل ممان حداکثر در نمونه‌ی (BSV)



ب) اولین ترک برشی در بار ۱۱۰kN در نمونه‌ی (BSV)

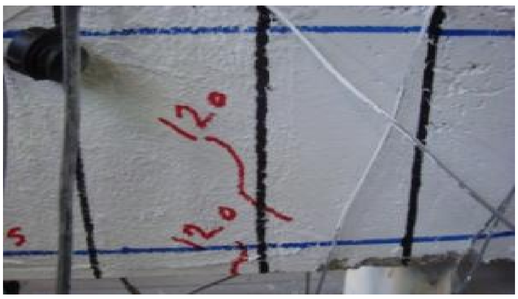
شکل ۶ منحنی بار – تغییر مکان و ایجاد ترک در تیرها

تیر دارای خاموت FRP قائم (BFV) مشابه نمونه‌ی مرجع (BSF) در نیروی ٤٥kN نخستین ترک در تیر به‌صورت خمشی و در وسط دهانه در محل ممان خمشی ماکزیمم ایجاد گردید که این وضعیت در شکل(۷-الف) نشان داده شده است. خیز متناظر با بار ترک خوردگی تیر ۰/۷۱mm بود. با ادامه‌ی بارگذاری نمونه تا ۸٦kN ترک‌های بعدی نیز در زیر بار متمرکز به‌صورت خمشی به‌وجود آمدند. با رسیدن بار وارد تا حدود ۱۲۰kN اولین ترک برشی در تیر ایجاد شد و هم‌چنین بر تعداد ترک‌های خمشی در زیر بار متمرکز نیز اضافه شد که این وضعیت در شکل (۷-ب) نشان داده شده است. افزایش بار وارد تا ۱۷۷ kN باعث افزایش طول و عرض ترک‌های برشی قبلی در نزدیکی تکیه‌گاه‌ها شد به‌طوری‌که ترک‌ها تقریباً به هم متصل شدند و مسیر گسیختگی نمونه کاملاً مشخص شد و در نهایت تیر در بار ۲۷۵/۷۳ kN منهدم شد. افت باربری در این نمونه مشابه نمونه‌ی BSV قابل مشاهده می‌باشد.

در نمونه‌ی سوم نیز باری که در آن اولین ترک خمشی در زیر تیر مشاهده شد، مشابه دو نمونه‌ی (BSV) و (BFV)، ٤٥ kN و خیز متناظر با آن ۰/٦۸ mm بود که این وضعیت در شکل (۸-الف) قابل ملاحظه می‌باشد. تا بار ٦۰ kN ترک‌های تشکیل شده در تیر عمدتاً خمشی بودند. روند تشکیل ترک‌های خمشی در میانه‌ی تیر ادامه داشت تا این‌که با رسیدن بار به ۱۰۵ kN ترک‌های برشی اولیه مطابق شکل (۸-ب) در تیر تشکیل گردید. در ادامه با افزایش بار وارد، طول و عرض ترک‌های برشی بیشتر شد به‌نحوی که شکل گسیختگی تیر مشهود بود. با رسیدن تیر به بار ۲۵۲/٦ kN تیر گسیخته شد. و مقدار خیز تیر در تغییر مکان نهایی ٦/۸ mm بود. در این تیر مطابق نمودار بار- تغییر مکان، افت بار چندانی ملاحظه نمی‌گردد. شکل خرابی کلیه‌ی تیرها از نوع شکست برشی می‌باشد. تا لحظه‌ی گسیختگی، تیرها رفتار برشی از خود نشان دادند و ترک‌های برشی آن‌ها به‌تدریج از تکیه‌گاه شروع شد و به محل بار متمرکز رسید.

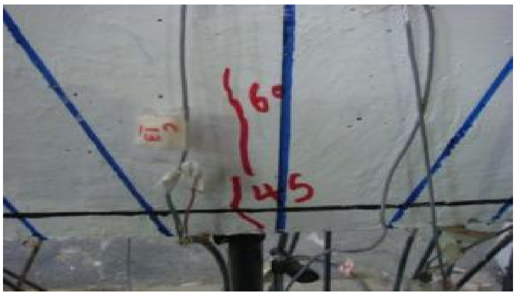


الف) اولین ترک در محل ممان حداکثر در نمونه‌ی (BFV)



ب) اولین ترک برشی در بار ۱۲۰ kN در نمونه (BFV)

شکل ۷ ترک‌ها در تیر (BFV)



الف) اولین ترک در محل ممان حداکثر در نمونه‌ی (BFI)



ب) اولین ترک برشی در بار ۱۰۵ kN در نمونه‌ی (BFI)

شکل ۸ ترک‌ها در تیر (BFI)

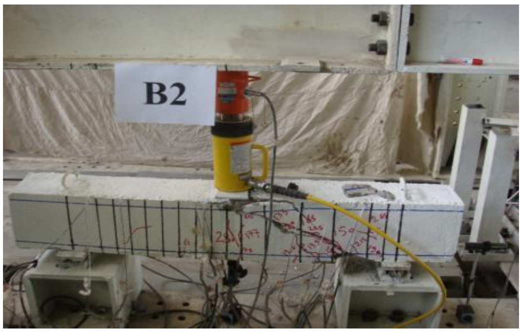
موقعیت ترک‌های اصلی نمونه‌ها، بعد از گسیختگی در شکل (۹) نشان داده شده‌اند. زاویه‌ی ترک‌هایی که موجب انهدام نمونه‌ها شد، نسبت به محور طولی تیر در کلیه‌ی نمونه‌ها (مطابق انچه که در شکل (۹) نشان داده شده است) تقریباً ۳٦ درجه بود. هم‌چنین بتن فشاری خرد شد. منحنی نیرو - کرنش بتن فشاری در شکل (۱۰) نشان داده شده است. مطابق این منحنی حداکثر کرنش بتن فشاری در نمونه‌ها (BSV) و (BFV) و (BFI) به‌ترتیب به ۰/۰۰۲٦٤ و ۰/۰۰۲۹۲ و ۰/۰۰۳۷۵ رسید که طبق این منحنی نمونه‌ی (BFI) دارای بیشترین کرنش فشاری بتن به‌مقدار ٤۲ درصد بیش از نمونه‌ی (BSV) و به مقدار ۲۸ درصد بیش از نمونه‌ی(BFV) می‌باشد.

نمودار برش – کرنش خاموت‌های اول و دوم تیرها در شکل (۱۱) نشان داده شده است. این خاموت‌ها در نیمه‌ای که شکست برشی در آن رخ داده است، قرار داشته‌اند. خاموت‌های نمونه‌ی(BSV) فلزی و دو نمونه‌ی دیگر FRP می‌باشند. مکان کرنش‌سنج‌ها در مسیر گسیختگی برشی واقع شده بود.

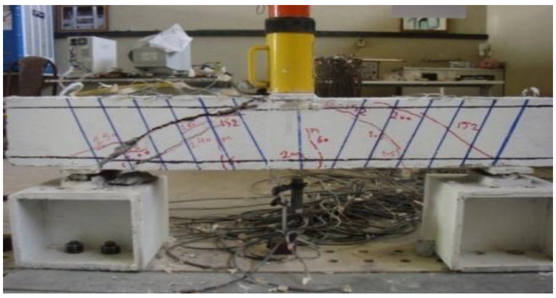
حداکثر کرنش در خاموت‌های اول نزدیک به تکیه‌گاه برای نمونه‌های (BSV) و (BFV) و (BFI) به‌ترتیب برابر ۰/۰۰۲۵۲ و ۰/۰۰۱۵ و ۰/۰۰۸٤۵ می‌باشد و این مقادیر برای خاموت دوم مطابق شکل (۱۱) به‌ترتیب برابر ۰/۰۰٦۱ و ۰/۰۰۵۹ و ۰/۰۰٤۷ می‌باشد. با توجه به ثابت بودن برش در دهانه‌های برشی، کرنش‌های ماکزیمم خاموت‌ها، نزدیک به محل گسیختگی نمونه دیده می‌شود. کرنش خاموت اول در نمونه‌های (BSV) و (BFV) نسبت به کرنش خاموت دوم به‌ترتیب۵۸ و ۷٤ درصد کم‌تر می‌باشد. و در نمونه‌ی (BFI) کرنش خاموت اول از کرنش خاموت دوم ٤٤ درصد بیش‌تر می‌باشد.



الف) نمونه‌ی مرجع (BSV)

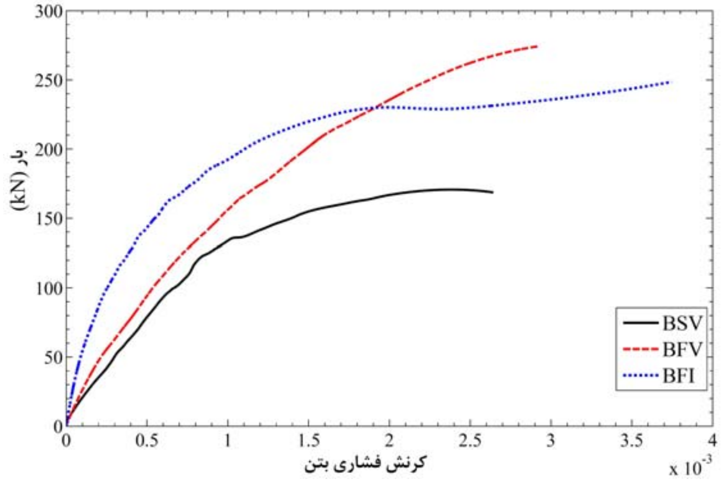


ب) نمونه (BFV)

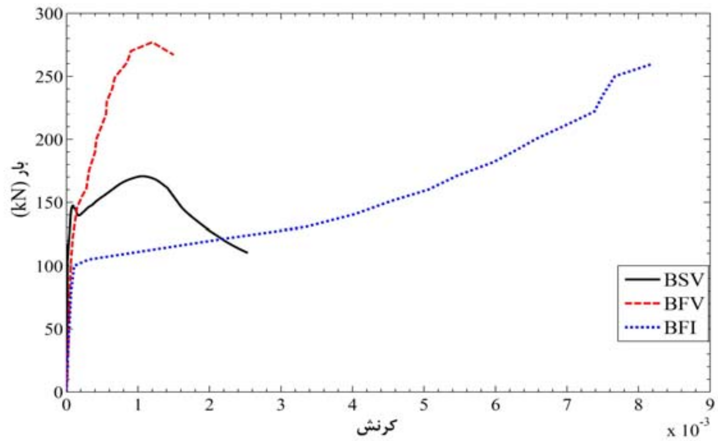


ج) نمونه (BFI)

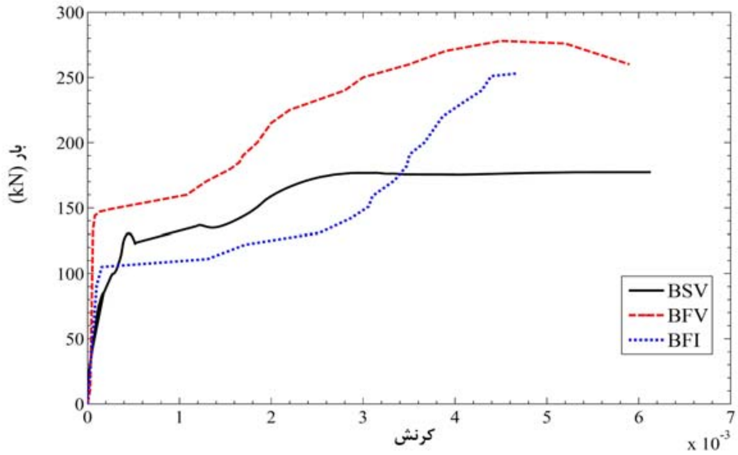
شکل ۹ شکل انهدام نمونه‌های آزمایشگاهی



شکل ۱۰ منحنی رفتاری بتن ناحیه‌ی فشاری تیرها



الف) خاموت اول



ب) خاموت دوم

شکل ۱۱ منحنی نیرو –کرنش خاموت اول و دوم نمونه‌های تیر

تجزیه و تحلیل نتایج نمونه‌های آزمایشگاهی

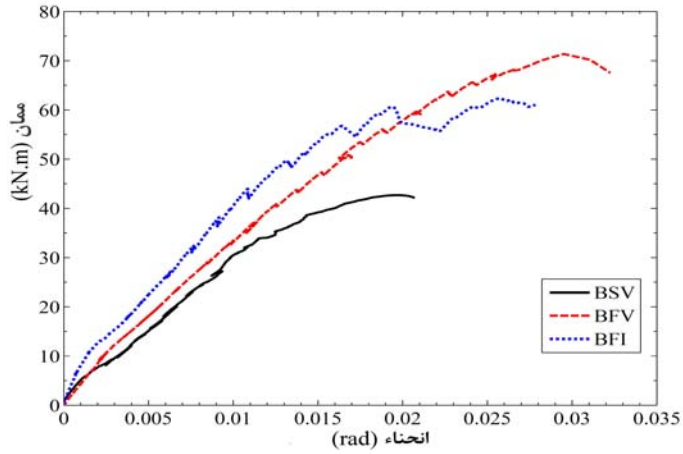
منحنی ممان -انحنا برای یک مقطع بتن مسلح ویژگی‌های خمشی غیرخطی آن مقطع را به‌طور دقیق بیان می‌کند. در واقع این منحنی نشان می‌دهد که برای یک مقطع مشخص بتنی همراه با توزیع معین آرماتوربندی طولی، به‌ازای یک نیروی محوری خاص، مقطع در هر انحنا نسبت به وضعیت اولیه‌ی خود دارای چه ممانی خواهد بود. معادله‌ی تیر اویلر- برنولی مطابق رابطه‌ی (۵) قابل بیان است.

$$M = EI\frac{d^2w}{dx^2} = EI\varphi \qquad (۵)$$

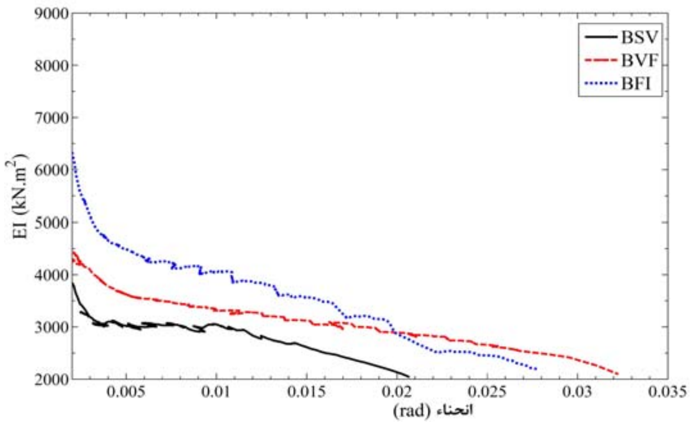
در رابطه‌ی فوق I ممان اینرسی مقطع مورد بررسی و w خیز تیر و φ انحنای مقطع می‌باشد. در صورتی که در هر مقطع از تیر مقدار ممان را بر φ تقسیم کنیم، مقدار EI متناظر با آن وضعیت انحنای به دست می‌آید. این مقدار EI نشان دهنده‌ی اثرات غیر خطی و ترک‌خوردگی بتن می‌باشد. به منحنی ممان- انحنای با استفاده منظور به دست آوردن منحنی ممان انحنای مقطع وسط با استفاده از مقادیر کرنش ثبت شده در شکل (۱۲) منحنی ممان – انحنای مقطع وسط تیر نشان داده شده است. نمونه‌ی(BFV) دارای انحنای مقطع بزرگ‌تری نسبت به دو نمونه‌ی دیگر می‌باشد. حداکثر زاویه‌ی انحنای برای نمونه‌ی(BFV)، ۰/۰۳۲ رادیان می‌باشد که نسبت به نمونه‌های (BSV) و (BFI) به‌ترتیب ۵۵ و ۱۵ درصد بیش‌تر می‌باشد. با توجه به منحنی ممان- انحنای، منحنی تغییرات سختی خمشی EI بر حسب انحنای برای همین مقطع در شکل (۱۳) ترسیم شده است. مطابق با این منحنی نرخ کاهش سختی در نمونه‌ی (BFI) نسبت به سایر نمونه‌ها بیش‌تر می‌باشد و نمونه‌ی (BSV) کم‌ترین شیب کاهش سختی را دارا است.

در کلیه‌ی نمونه‌ها، ترک برشی از تکیه‌گاه شروع شد و تا زیر محل اعمال بار ادامه داشت. ترک‌های برشی به‌صورت متقارن در دو طرف مقطع رخ داد. تقارن ترک‌ها به‌علت کم بودن ممان پیچشی در مقطع می‌باشد. سه نمونه تیر برای یک بار واحد بر اساس روابط آیین‌نامه‌ی ACI-318 [3] و ACI-440 [3] طراحی شدند. ملاحظه می‌گردد که تیرهای (BFV) و (BFI) که در آن از خاموت FRP به‌جای خاموت فلزی استفاده شده است، دارای ظرفیت برشی بالاتری نسبت به تیر(BSV) می‌باشند. علت اختلاف ۲۳ kN در بار حداکثر نمونه‌های (BFV) و (BFI) طراحی ظرفیت برشی خاموت‌ها با زاویه‌ی ٦۰ درجه نسبت به افق و اجرای آن‌ها با زاویه‌ی ٦۵ درجه می‌باشد. با توجه به منحنی‌های بار– تغییر مکان نمونه‌ها، هر سه نمودار تا بار حدود ۱۳۰kN رفتاری مشابه هم دارند. منحنی بار– تغییر مکان آن‌ها تا این بار بر هم منطبق می‌باشد. در تیر (BSV) به‌دلیل استفاده از خاموت فلزی منحنی بار – تغییر مکان تا حدودی برگشت دارد ولی در دو تیر دیگر که دارای خاموت FRP هستند این منحنی برگشت کم‌تری از خود نشان می‌دهد. در جدول (۵) مشخصات حاصل از منحنی بار – تغییر مکان دو نمونه نشان داده شده است که Δ_u تغییر مکان متناظر با P_u می باشد در حالی‌که تغییر مکان بیش‌تری بعد از آن مشاهده شده است.

در جدول (٦) مقایسه‌ای بین نتایج آزمایشگاهی با نتایج تئوری حاصل از روابط آیین‌نامه‌های ACI-440-1R [3] و ACI-318-05 [3] صورت گرفته است. مطابق این جدول نتایج آزمایشگاهی نمونه‌ی (BSV) دارای اختلاف کمی برابر ٦/٨ درصد با نتایج آیین‌نامه‌ای می‌باشد که به‌دلیل پارامترهایی است که در روابط آیین‌نامه در نظر گرفته نشده‌اند و یا از آن‌ها صرف‌نظر شده است. تیرهای (BFV) و(BFI) به‌ترتیب دارای اختلاف ٤١/٧ و ٣٧ درصدی با مقادیر آیین‌نامه‌ای می‌باشند. علت وجود این اختلاف تحمل کرنش‌هایی بین ۱/۵ تا ۲ برابر مقدار حداکثر مجاز آیین‌نامه‌ای توسط خاموت‌های الیافی FRP ساخته شده می‌باشد که موجب افزایش سهم خاموت FRP در مقدار V_f و در نهایت افزایش قابل توجه در مقدار V_n واقعی می‌شود.



شکل ۱۲ منحنی ممان- انحنای تیر



شکل ۱۳ منحنی تغییرات سختی خمشی- انحنای

جدول ۵ مشخصات حاصل از منحنی بار- تغییر مکان

نمونه	P_{cr} (kN)	Δ_{cr} (mm)	P_u (kN)	Δ_u (mm)	درصد افزایش بار نهایی
BSV	٤٥	۰/٦٥	۱۷۲/۱۷	٤/۱۳	----
BFV	٤٥	۰/۷۱	۲۷٥/۷۳	٦/۷	٦۰%
BFI	٤٥	۰/٦۸	۲٥۲/٦	٦/۸	٤۷%

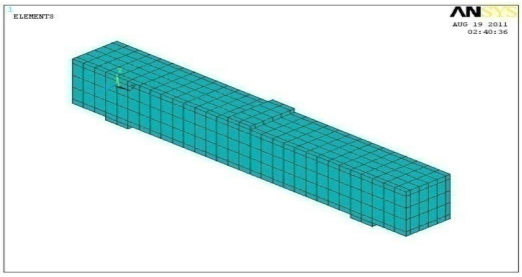
جدول ٦ مقایسه‌ی نتایج آزمایشگاهی و آیین‌نامه‌ای

نمونه	نتایج آیین‌نامه				نتایج آزمایشگاهی		درصد اختلاف
	V_C (kN)	V_S (kN)	V_F (kN)	$V_{n(TH)}$ (kN)	حداکثر کرنش خاموت (%)	$V_{n(EX)}$ (kN)	$\frac{V_{n(EX)} - V_{n(TH)}}{V_{n(EX)}}$
BSV	٥٦/۷	۲۲/٥	----	۷۹/۲	۰/۲٥(خاموت فلزی)	۸٦/۱	٦/۸
BFV	٥٦/۷	---	۲۱/۱۲	۸۰/۳۲	۰/٥۹(خاموت FRP)	۱۳۷/۸	٤۱/۷
BFI	٥٦/۷	----	۲۰/٤	۷۹/٦	۰/۸۲(خاموت FRP)	۱۲٦/۳	۳۷

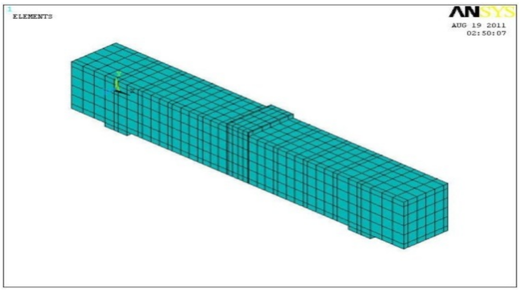
مدل‌سازی المان محدود

به‌منظور اعتبارسنجی نتایج حاصل از نرم‌افزار ANSYS، مدل المان محدود تیرهای (BSV) و (BFV) ساخته شد. برای مدل‌سازی بتن از المان Solid65 استفاده گردید [13]. این المان قابلیت مدل کردن ترک‌خوردگی در کشش و خردشدگی در فشار را دارا می‌باشد. این المان ۸ گره‌ای دارای سه درجه آزادی در هر گره به‌صورت انتقالی در راستاهای X، Y و Z می‌باشد. برای مدل‌سازی میلگردهای طولی و خاموت‌های فلزی از المان Link 8 استفاده شده است. المان Link 8 یک المان با سه درجه آزادی انتقالی در هر انتها می‌باشد. این المان توانایی تحمل کشش و فشار را دارد ولی توانایی تحمل خمش را ندارد. برای مدل‌سازی صفحات تکیه‌گاهی و صفحه‌ی بارگذاری از المان Solid 45 استفاده شد. هم‌چنین به‌منظور مدل‌سازی خاموت‌های FRP از المان Shell43 استفاده شد. کنترل پارگی در خاموت‌های FRP از طریق کنترل کرنش، صورت گرفت. با استفاده از ابعاد مدل آزمایشگاهی، مدل اجزای محدود تیر بتنی برای انجام آنالیز در Ansys به‌صورت شکل (۱٤) ساخته و مش زده شد.

در شکل (۱۵) منحنی‌های بار – تغییر مکان مدل المان محدود و آزمایشگاهی تا نقطه‌ی بار ماکزیمم تحمل شده نشان داده شده است. مطابق شکل (۱۵) برای نمونه‌ی دارای خاموت فلزی (BSV) و مدل دارای خاموت FRP (BFV) انطباق خوبی بین مدل المان محدود و مدل آزمایشگاهی تا نقطه‌ی بار ماکزیمم وجود دارد. مطابق نمودار بار حداکثر در مدل المان محدود تیر (BSV) نسبت به مدل آزمایشگاهی ۱۲ درصد و مدل المان محدود نمونه‌ی (BFV) نسبت به مدل آزمایشگاهی ۸ درصد اختلاف مشاهده می‌شود. اختلاف بین مقادیر المان محدود و آزمایشگاهی ناشی از عواملی نظیر کم‌تر بودن درجات آزادی مدل المان محدود نسبت به مدل آزمایشگاهی و ماهیت سخت‌تر بودن مدل المان محدود می‌باشد.

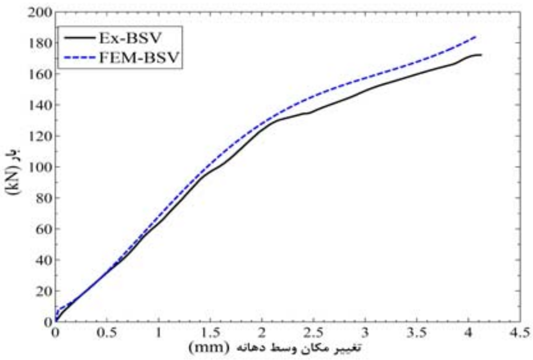


الف) نمونه BSV

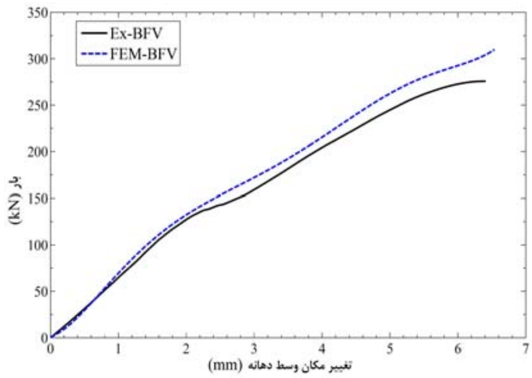


ب) نمونه BFV

شکل ۱٤ مدل اجزای محدود نمونه‌های آزمایشگاهی



الف) مدل دارای خاموت فلزی BSV



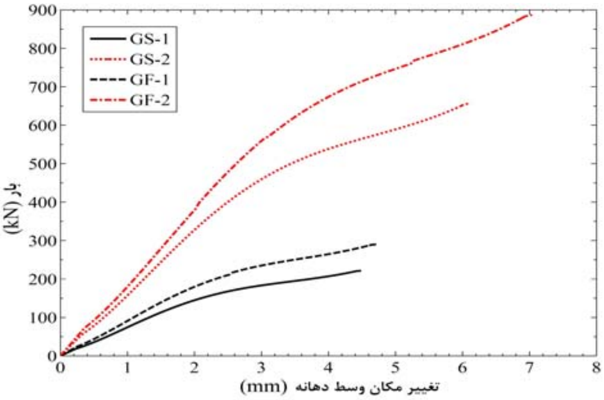
ب) مدل دارای خاموت FRP قائم BFV

شکل ۱۵ مقایسه‌ی نمودار بار– تغییر مکان مدل آزمایشگاهی و المان محدود

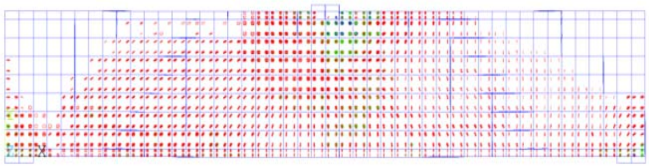
به‌منظور بررسی اثر جایگزینی خاموت‌های دست ساز FRP در تیرهای بتن مسلح، دو نوع تیر بتنی (GS) (دارای خاموت فلزی) و (GF) (دارای خاموت FRP) با ابعاد و ظرفیت برشی متفاوت مدل‌سازی گردید. هر گروه شامل دو تیر می‌باشد که مطابق روابط ارائه شده در آیین‌نامه‌ی ACI-440-1R و روابط آیین نامه‌ی ACI-318-05 طوری طراحی شدند که برش تحمل شده توسط خاموت‌های تیر (GS) با برش تحمل شده به‌وسیله‌ی تیر (GF) ، دارای ظرفیت برشی یکسانی باشند لذا در هر گروه از خاموت‌های FRP معادل با خاموت فلزی استفاده شده است. بتن تمامی نمونه‌ها، مشابه نمونه‌های آزمایشگاهی، دارای مقاومت فشاری ۳۸ MPa می‌باشد و مشخصات میلگردها و خاموت‌های فلزی و FRP نیز همانند نمونه‌های آزمایشگاهی در نظر گرفته شده است. آرماتورهای طولی دو گروه به‌نحوی انتخاب گردیده اند که انهدام تیرها به‌صورت برشی باشد. ابعاد و آرماتورگذاری تیرها در جدول (۷) نشان داده شده است. در این جدول h ارتفاع مقطع، b عرض مقطع، A_s و A'_s به‌ترتیب مساحت آرماتورهای کششی و فشاری است و A_{vs} ، A_{vf} به‌ترتیب مجموع مساحت ساق‌های خاموت‌های فلزی و FRP، S فاصله‌ی خاموت‌ها و L طول دهانه‌ی خالص تیر می‌باشد. مطابق با آنالیز صورت گرفته بر روی مدل‌های المان محدود دو گروه، منحنی بار تغییر مکان مطابق شکل (۱٦) حاصل گردید. مطابق با این منحنی‌ها ملاحظه می‌گردد که گروه دوم که دارای خاموت FRP ظرفیت بالاتری نسبت به مدل‌های دارای خاموت فلزی دارند. افزایش ظرفیت در نمونه‌ی (GF-1) نسبت به نمونه‌ی (GS-1) به‌میزان ۳۱ در صد و در نمونه‌ی (GF-2) نسبت به نمونه‌ی (GS-2) این افزایش ظرفیت به‌میزان ۳۵ درصد بوده است. با توجه به این‌که گروه دوم ابعاد بزرگ‌تری نسبت به گروه اول دارد، دارای ظرفیت باربری بالاتری نسبت به گروه اول می‌باشد. الگوی ترک‌خوردگی دو گروه مشابه یکدیگر است. در شکل (۱۷) الگوی ترک‌خوردگی تیر (GS-2) به‌عنوان نمونه مشاهده می‌گردد.

جدول ۷ مشخصات و ابعاد و چینش آرماتورهای طولی و عرضی مدل المان محدود

شماره گروه	نام نمونه	$h \times b$ (mm)	A_s	A'_s	A_{vs} (mm^2)	A_{vf} (mm^2)	S (mm)	L (mm)
۱	GS-1	۳۰۰x۲۰۰	3ϕ20	2ϕ12	٥٦/٦	--	۱۲٥	۱۳٥۰
	GF-1	۳۰۰x۲۰۰	3ϕ20	2ϕ12	--	۱٥/۷	۱۲٥	۱۳٥۰
۲	GS-2	٤٥۰x۳٥۰	5ϕ25	3ϕ14	۲۲٦	--	۲۰۰	۲۱۰۰
	GF-2	٤٥۰x۳٥۰	5ϕ25	3ϕ14	--	٦۲/٥	۲۰۰	۲۱۰۰



شکل ۱٦ منحنی بار- تغییر مکان نمونه‌های المان محدود



شکل ۱۷ الگوی ترک‌خوردگی تیر GS-1

با توجه به نتایج حاصل از تست‌های آزمایشگاهی و نتایج حاصل از آنالیز المان محدود تیرها مشخص گردید که رابطه‌ی ارائه شده توسط آیین‌نامه‌ی ACI-440 به‌صورت محافظه‌کارانه‌ای مقدار برش تحمل شده توسط خاموت‌های FRP را تا حدود نصف مقدار واقعی به‌دست می‌دهد. لذا به‌منظور محاسبه‌ی مقدار برش اسمی تحمل شده به‌وسیله‌ی خاموت‌های FRP پیشنهاد می‌گردد که از رابطه‌ی زیر استفاده گردد که در آن به‌جای کرنش ۰/٤٪ از کرنش ۰/۸٪ استفاده شده است.

$$V_f = \frac{A_{vf}\left(0.008E_f\right)\, d_f}{S_f}(\sin\alpha_f + \cos\alpha_f) \qquad (۷)$$

نتیجه‌گیری

مطالعه‌ی حاضر نشان داد که استفاده از خاموت‌های دست‌ساز ساخته شده از الیاف FRP به‌جای خاموت‌های فلزی در تیرهای بتن مسلح امکان‌پذیر است و در صورت جایگزینی این خاموت‌ها به‌جای خاموت‌های فلزی، برش وارد به نحو مطلوبی توسط خاموت‌های ساخته شده از الیاف FRP تحمل می‌شود. کرنش‌ها در خاموت‌های دست‌ساز FRP تا مقدار ۰/۸۲٪ نیز در دستگاه‌های ثبت اطلاعات، ثبت شد که این امر نشان دهنده‌ی ظرفیت بالای الیاف FRP در تحمل کرنش‌های بالا می‌باشد. روابط موجود آیین‌نامه‌ای در مورد استفاده از الیاف FRP در سازه‌های بتنی، کرنش لازم برای طراحی را ۰/٤ درصد می‌دانند در صورتی که با توجه به آزمایش‌ها و تحلیل‌های انجام گرفته، مشخص گردید که کرنش در الیاف FRP می‌تواند به حدود ۰/۸٪ نیز برسد. به‌دلیل تحمل کرنش بیش‌تر، نمونه‌های دارای خاموت FRP، ٤۱/۷ و ۳۷ درصد اضافه مقاومت نسبت به نمونه مرجع داشتند. این مقدار کرنش دو برابر کرنش مجاز ارائه شده در آیین‌نامه‌ی ACI-440 می‌باشد. مطابق با آنالیز انجام شده به‌روش المان محدود تیرهای دارای خاموت FRP که مطابق با ضوابط آیین‌نامه‌ای معادل خاموت فلزی می‌باشند، دارای ظرفیت برشی بالاتری نسبت به تیرهای دارای خاموت فلزی بودند. این افزایش ظرفیت تیرهای دارای خاموت FRP ناشی از قابلیت تحمل کرنشی بیش از مقادیر تعیین شده توسط آیین‌نامه می‌باشد. مدل‌های المان محدود نمونه‌های دارای خاموت دست‌ساز FRP ، اضافه ظرفیتی به مقدار ۳۱ و ۳۵ درصد نسبت به مدل‌های دارای خاموت فلزی از خود نشان دادند. نتایج حاصل از آنالیز مدل‌های المان محدود مشابه نتایج به‌دست آمده از آزمایش‌ها می‌باشد.

تقدیر و تشکر

کار تحقیقاتی موجود با حمایت مالی معاونت پژوهشی دانشگاه سمنان انجام شد که از آنان و همه‌ی کارشناسان آزمایشگاه سازه‌ی دانشگاه سمنان و آقای مهندس محمد بخشایی برای کمک در انجام آزمایش‌های متعدد تشکر و قدردانی می‌گردد.

مراجع

1. Fukuyama, H. and Masuda, Y. "Structural Performances of Concrete Frame Reinforced with FRP Reinforcement," Non-metallic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures. Edited by Taerwe. E&FN Spon, London, p.275-286, (1995).
2. Sharbatdar, M. K., "Concrete Columns and Beams Reinforced with FRP Bars and Grids under Monotonic and Reversed Cyclic Loading", Ph.D. Thesis, University of Ottawa, Ottawa, Canada, (2003).
3. M. K. Sharbatdar and M. Saatcioglu, "Behavior of FRP reinforced concrete under simulated seismic loading", *13th World Conference on Earthquake Engineering,* Vancouver, B.C., Canada, (2004).
4. M. K. Sharbatdar and M. Saatcioglu, B.Benmokrane, "Seismic Flexural Behaviour of Concrete Connections Reinforced with CFRP Bars & Grids", *Journal of composite structures,*Vol 93, Issue 10, September 2011, Page 2439-2449, (2011).
6. ACI Committee 440, "Guide for the Design and Construction of Concrete Reinforced with FRP Bars", ACI440.1R-03, American Concrete Institute, USA, 41p, (2003).
7. Canadian Standards Association, S806-02. Design and Construction of Building Components with Fiber-Reinforced Polymers. CSA, Rexdale Ontario, May, (2002).
8. Japanese Society of Civil Engineers (JSCE). "Recommendation for Design and Construction of Concrete Structures Using Continuous Fiber Reinforcing Materials", Concrete Engineering Series 23.Tokyo, (1997).
9. Nanni, A., "North America design Guidelines for Concrete Reinforcement and Strengthening Using FRP: Principles, Applications, and Unresolved Issues", FRP Composites in Civil Engineering, Vol 1, *Conference proceeding*, Hong Kong, (2001).
10. Iranian code of practice for seismic resistant design of buildings. Standard no. 2800. 3rd edition. Building and Housing Research Center, (2004).
11. ACI Committee 318. Building code requirements for reinforced concrete (ACI 318-95) and commentary (ACI 318R-95), American Concrete Institute, Detroit, Michigan, (1989).
12. ACI Committee 318. Building code requirements for structural concrete (ACI 318-05) and commentary (ACI 318R-05), Farmington Hills (MI): American Concrete Institute, (2005).
13. CSA Standard A23.3.04, “ Design of Concrete Structures”, CPCA, Ontario, (2005).
14. ANSYS standard user’s manual, version 11.